

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА XX НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг на олимпиадата по астрономия Теоретичен тур – 6 май 2017 г. - решения Възрастова група IX-X клас

1 задача. Комета.



Дадена ви е графика, показваща как се изменя с времето разстоянието от кометата Хонда-Мркос-Пайдушакова до Земята. Графиката е направена от начинаещ участник в астрономическата олимпиада, който не е дал никакви обозначения на координатните оси.

- А) Довършете неговата работа. Направете необходимите измервания по графиката, означете подходящите мерни единици и отбележете техните стойности, съответстващи на разграфяванията по двете оси на диаграмата.
 - Б) Определете приблизително орбиталния период на кометата.
 - В) Чрез измервания върху графиката определете приблизително разстоянието на кометата до Слънцето в афелий. С какво бихте сравнили това разстояние?
 - Г) Пресметнете голямата полуос на кометната орбита.
- Известно е, че в перихелий кометата е по-близо до Слънцето, отколкото Земята.

Решение:

В изменението на разстоянието от тази комета до Земята ясно се различава наслагане на две периодични компоненти – една с по-дълъг период, а другата с по-кратък. По правило кометите се движат по силно изтеглени елиптични орбити около Слънцето и само за сравнително кратко време могат да преминават през по-вътрешните части на Слънчевата система, където е и Земята. Много по-дълго те се намират в далечните части от своите орбити, където съгласно втория закон на Кеплер скоростите им са значително по-малки. Това ясно се вижда при дългопериодичната компонента на изменението на разстоянието Земя – комета. Периодите, когато това разстояние е минимално, са значително по-кратки от периодите, когато разстоянието е около максималната си стойност. Можем да заключим, че дългопериодичната компонента съдържа информация за орбиталното движение на кометата около Слънцето. Освен това се вижда, че интервалът от стойности, в който се променя разстоянието Земя – комета, е много голям – най-вероятно в далечните части от своята орбита кометата е на разстояние от Земята значително превишаващо една астрономическа единица.

Краткопериодичната компонента показва доста регулярен характер. Но нейното съществуване трудно може да се обясни, ако го свързваме само с кометата. Това периодично изменение на разстоянието се дължи на орбиталното движение на нашата планета около Слънцето. Именно то ще ни даде възможност да нанесем по двете оси на графиката мерните единици за време и разстояние.

Интервалът от време между два съседни максимума или минимума в краткопериодичната компонента на графиката се равнява на една година. Преброявайки максимумите или минимумите, веднага можем да съобразим, че едната отметка на оста на времето съответства на 2020 г., а другата – на 2030 г.

За да намерим орбиталния период на кометата по-точно, измерваме по оста на времето разстоянието между първия и четвъртия дълбок минимум на графиката и после

го разделяме на 3, защото в този интервал се съдържат три орбитални периода на кометата. Като използваме мащаба на оста на времето, определяме орбиталния период на кометата:

$$T \approx 5.24 \text{ години}$$

Скалата на разстоянието е разграфена равномерно с хоризонтални линии. Чрез измерване веднага се убеждаваме, че тези линии са прекарани през интервал, равен на половината от амплитудата на краткoperиодичните колебания на графиката. Можем да предположим, че това съответства на радиуса на земната орбита – една астрономическа единица. Това би било вярно обаче, само ако орбитата на кометата лежи в равнината на земната орбита.

За да проверим това предположение, използваме III закон на Кеплер и намираме голямата полуос a на орбитата на кометата:

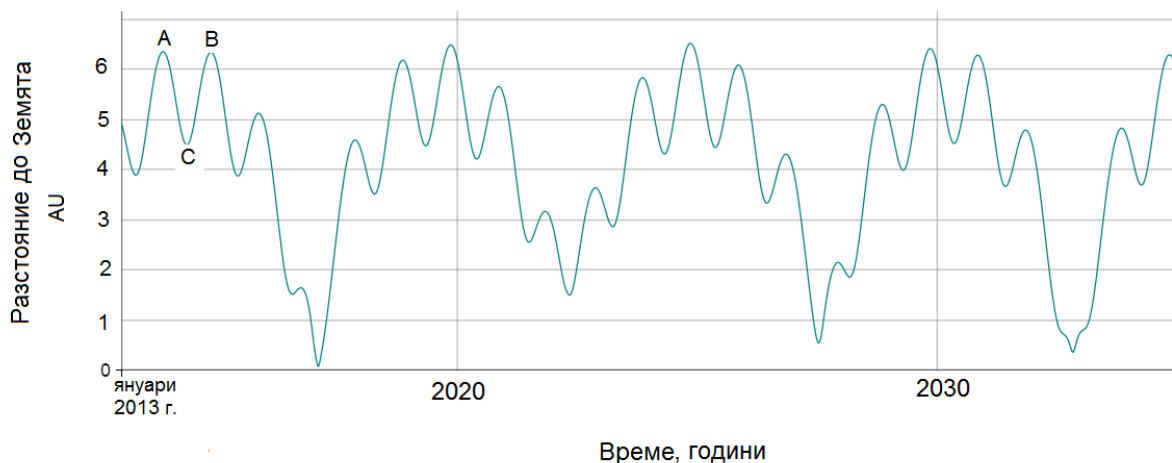
$$\frac{a^3}{T^2} = 1$$

В тази форма на закона голямата полуос е изразена в астрономически единици, а периодът – в години.

$$a \approx 3.02 \text{ AU}$$

В условието е казано, че в перихелий кометата е по-близо до Слънцето от Земята. Тъй като голямата ос на орбитата на кометата е $2a \approx 6 \text{ AU}$, то нейното разстояние до Слънцето в афелий ще бъде между 5 и 6 астрономически единици. Ако прекараме гладка крива през графиката, която да „изглажда“ минимумите и максимумите от краткoperиодичните изменения, тя ще представя приблизително графика на изменение на разстоянието от кометата до Слънцето. Максимумите на тази крива съответстват на разстоянието от кометата до Слънцето в афелий. Ако предположим, че оста на разстоянието е разграфена в астрономически единици, то това разстояние действително се оказва между 5 и 6 астрономически единици. Оттук можем да заключим, че кометната орбита действително лежи в равнина, много близка до равнината на земната орбита и че оста на разстоянието наистина е разграфена в астрономически единици.

Разстояние на кометата Хонда-Мркос-Пайдушакoва до Земята



За по-точни измервания при определянето на разстоянието в афелий използваме двата почти еднакви пика А и В от краткoperиодичното изменение, наложени върху първия максимум на дългопериодичната компонента. Намираме средата между нивото на давата пика и минимума С между тях. По-точен резултат ще получим, ако от най-високите максимуми, в следващите две преминавания на кометата през афелия, извадим 1 астрономическа единица. В двата пика А и В кометата не е в афелий. r е около 5.5AU). Измерваме по скалата и получаваме разстоянието от кометата до Слънцето в афелий:

$$r_a \approx 5.45 \text{ AU}$$

Това разстояние е близко до радиуса на орбитата на Юпитер, който е 5.2 AU.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За обща идея какво представляват двете периодични компоненти на изменение на разстоянието – 2 т.

За установяване на мерните единици по оста на времето – 2 т.

За определяне на орбиталния период на кометата – 2 т.

За установяване на мерните единици по оста на разстоянието – 2 т.

За определяне на голямата полуос на орбитата на кометата – 2 т.

За разсъждения относно наклона на кометната орбита и обосновка – 2 т.

За определяне на разстоянието от кометата до Слънцето в афелий – 3 т.

2 задача. Кеплер-11. Планетната система Кеплер-11 е открита от космическия телескоп Кеплер през 2011 г. Централната звезда Кеплер-11a е подобна на Слънцето. Около нея по кръгови орбити се движат шест планети. Предполага се, че те са покрити с дълбоки водни океани и обвити с плътни атмосфери.

- А) Вие сте странстващ галактически художник и търсите красиви космически пейзажи за рисуване. Спускате се в горните слоеве на атмосферата на Кеплер-11d. Какъв ще бъде видимият ъглов диаметър на Кеплер-11e в небето над вас в момент на максимално сближение между двете планети? А ако сте на планетата Кеплер-11b, какъв ще бъде видимият диаметър на Кеплер-11c при максимално сближение? С какви обекти от нашето земно небе бихте ги сравнили?

- Б) Определете видимата звездна величина на планетата Кеплер-11c, когато я наблюдавате в противостояние от Кеплер-11b.

- В) Вие сте на планетата Кеплер-11b и оттам наблюдавате Кеплер-11c. Ще я виждате ли някога като тънък светещ сърп? Направете схема със звездата и орбитите на планетите b и c. Отбележете взаимното разположение на двете планети, при което от Кеплер-11b ще виждате планетата Кеплер-11c във фаза, която максимално се различава от пълната фаза. Нарисувайте приблизително как ще изглежда Кеплер-11c в тази фаза.

Данни за планетите от системата Кеплер-11

Планета	Маса (земни маси)	Радиус (земни радиуси)	Орбитален период (дни)	Голяма полуос (астр. единици)
b	1.9	1.8	10.3039	0.091
c	2.9	2.87	13.0241	0.107
d	7.3	3.12	22.6845	0.155
e	8.0	4.19	31.9996	0.195
f	2.0	2.49	46.6888	0.250
g	<25	3.33	118.3807	0.466

Решение:

При максимално сближаване на планетите Кеплер-11b и Кеплер-11c, те ще застанат на една права линия от едната страна на звездата и разстоянието между тях ще бъде:

$$r_{bc} = r_c - r_b$$

където r_c и r_b са големите полуоси на техните орбити. Да означим с R_c радиуса на планетата Кеплер-11c. Нейният видим ъглов диаметър, изразен в дъгови минути, ще бъде:

$$\delta_c = \frac{2R_c}{r_{bc}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 60' \approx 52'$$

По аналогичен начин за видимия ъглов диаметър на планетата Кеплер-11e, при наблюдение от Кеплер-11d, можем да получим:

$$\delta_e = \frac{2R_e}{r_{de}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 60' \approx 31'$$

където R_e е радиусът на планетата Кеплер-11e, r_d и r_e са големите полуоси на орбитите на двете планети, а $r_{de} = r_e - r_d$ е разстоянието между тях при максимално сближаване. Виждаме, че за наблюдател от Кеплер-11d планетата Кеплер-11e ще е с видимия ъглов размер на нашата Луна, гледана от Земята, а за наблюдател на планетата Кеплер-11b съседната планета Кеплер-11c ще бъде дори още по-голяма.

За да определим видимата звездна величина на планетата Кеплер-11c, в случай че я наблюдаваме от Кеплер-1b в противостояние (максимално сближаване), ще сравним осветеността E_{cb} , която тя създава, с осветеността E_o , създавана от нашето Слънце на Земята. Нека L_o и L са светимостите на Слънцето и на звездата Кеплер-11a, r_o е разстоянието от Земята до Слънцето, r_b и r_c са разстоянията от планетите Кеплер-11b и c, R_c е радиусът на планетата Кеплер-11c и A е нейното алbedo (отражателна способност). За осветеността, създавана от Слънцето при нас, можем да напишем:

$$E_o = \frac{L_o}{4\pi r_o^2}$$

За осветеността, създавана от Кеплер-11a (звездата) върху планетата Кеплер-11c, намираме:

$$E = \frac{L}{4\pi r_c^2}$$

Цялата светлинна енергия, която попада върху планетата Кеплер-11c, ще бъде:

$$W = E \cdot \pi R_c^2$$

Планетата ще отразява и разсейва в много посоки част от попадналата върху нея светлина. Така тя ще създава върху планетата Кеплер-11b осветеност:

$$E_{cb} = \frac{AW}{2\pi(r_c - r_b)^2}$$

Сега остава да сравним E_o и E_{cb} . След някои алгебрични преобразувания получаваме:

$$\frac{E_{cb}}{E_o} = \frac{AR_c^2 r_o^2 L}{2r_c^2 (r_c - r_b)^2 L_o}$$

Сега можем да използваме формулата на Погсън и като знаем видимата звездна величина на Слънцето m_o , да определим звездната величина m на планетата Кеплер-11c за наблюдател, който се намира на Кеплер-11b:

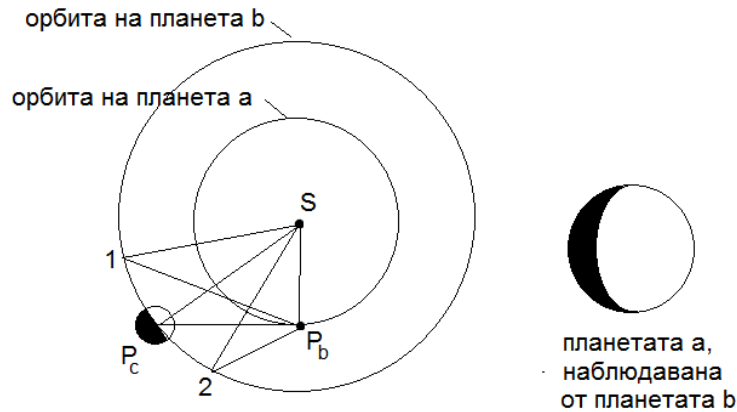
$$m = m_o - 2.5 \lg \frac{E_{cb}}{E_o}$$

$$m \approx -19^m.8$$

Това е впечатляваща стойност. В небето на най-близката до звездата планета нейната съседка би светила около 1500 пъти по-ярко, отколкото пълната Луна за нас.

Планетата Кеплер-11c е външна планета за Кеплер-11b. затова от вътрешната планета тя никога не може да се види като тънък сърп. Максимално различна от пълната фаза се получава, когато Кеплер-11c е в квадратура за вътрешната планета. Общо взето, това зависи от фазовия ъгъл SP_bP_c . Планетата Кеплер-11c би се виждала в пълна фаза от другата планета, когато този ъгъл е равен на нула. Колкото той е по-голям, толкова

повече фазата на планетата се отличава от пълната фаза. От схемата лесно можем да се убедим, че фазовият ъгъл е най-голям, когато външната планета е в квадратура. За всяко друго положение, например за положенията 1 и 2, фазовият ъгъл е по-малък. Отдясно е показано как примерно ще изглежда планетата Кеплер-11с за своята вътрешна съседна планета.



Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилен метод за определяне на ъгловите размери на планетите 3 т.

За верни числени резултати – 2 т.

За правилен метод за определяне на видимата звездна величина на планетата Кеплер-11с – 5 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

За правилни разсъждения относно фазата на планетата – 2 т.

За рисунка на изгледа на планетата – 2 т.

3 задача. Слънчева батерия. Космическият телескоп Fermi Gamma-ray Telescope е предназначен за наблюдение в гама-лъчи. Той изследва галактични ядра, пулсари, високоенергетични източници на лъчение и други интересни обекти. Телескопът се движи по кръгова орбита около Земята. Захранва се от слънчева батерия. Разполагате с графика, показваща зареждането на батерията. Възходящите участъци от графиката съответстват на интервалите от време, когато батерията се зарежда от слънчевата светлина. Низходящите участъци се получават по времето, когато телескопът се намира в сянката на Земята и енергията на батерията се изразходва за неговата работа. Участъците от графиката, означени с a-b, съответстват на интервалите, когато батерията вече е напълно заредена, но телескопът все още се намира в огряваната от Слънцето част от орбитата си. Те са свързани с определени технически особености на батерията.

- А) Тук отново се е намесил начинаещият участник в олимпиадата, който е пропуснал да обозначи мерните единици по оста на времето. Въпреки това, направете необходимите измервания и определете орбиталния период на станцията.

- Б) Налага ли се при разсъжденията, свързани с определянето на орбиталния период на телескопа, да се отчита движението на Земята около Слънцето? Обяснете защо.

- В) На графиката е отразено и преминаването на телескопа през лунната сянка по време на слънчево затъмнение. Едно слънчево затъмнение, наблюдавано на Земята, заедно с пълната фаза и частичните фази, продължава няколко часа. За орбиталния

телескоп обаче, тази продължителност се оказва твърде различна. Обяснете качествено този факт.

Справочни данни:

Светимост на звездата Кеплер-11a 1.05 слънчеви светимости

Видима звездна величина на Слънцето -26.7^m

Албедото (отражателната способност) на планетите от системата Кеплер-11 се приема равно на албедото на Венера 0.65.

Астрономическа единица - 150×10^6 км

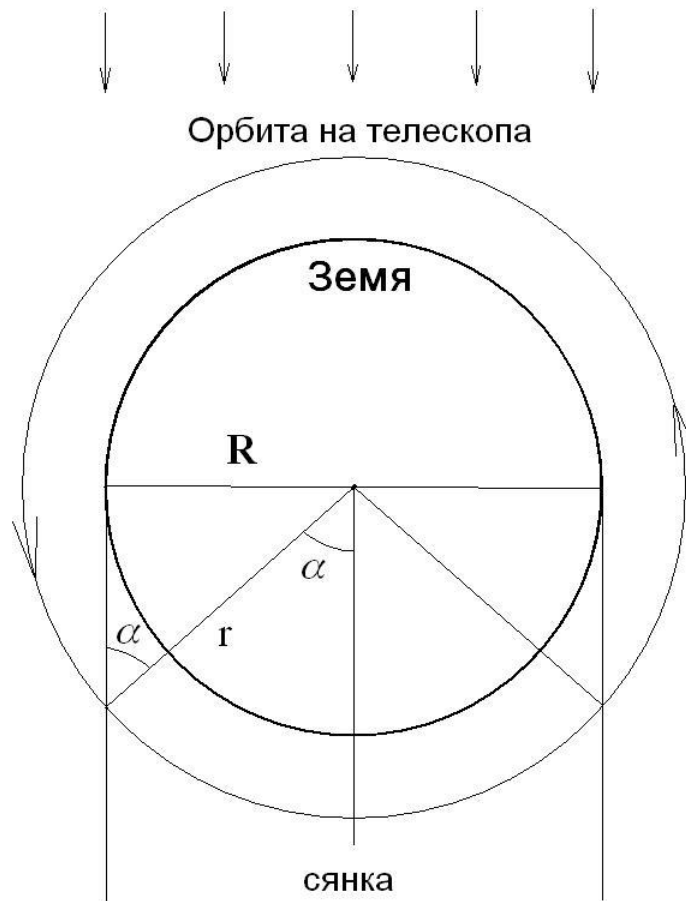
Радиус на Земята - 6371 км

Маса на Земята - 6×10^{24} кг

Гравитационна константа - 6.67×10^{-11} кг.м³ / с²

Решение:

За да определим периода на обикаляне на телескопа около Земята, трябва да намерим радиуса на неговата орбита. Може да направим това, като измерим каква част от орбитата на телескопа се разполага в сянката на Земята. На диаграмата показваща чрез напрежението в батерията режима на нейното зареждане и разреждане, измерваме много внимателно продължителността на интервала в който батерията се зарежда, и в който се разрежда. Сумата от двата интервала дава пълния синодичен период на спътника, а отношението на интервала, в който батерията се разрежда, към пълния период, дава каква част от орбитата е в сянката на Земята. Понеже ни трябва отношението на двата интервала от време, ние може да формираме това отношение директно от нашите измервания по диаграмата в милиметри. За пълния заряден цикъл измерванията дават стойност $l = 64.5$ mm, а за времето на разреждане на батерията получаваме $l_1 = 24$ mm. Построяваме диаграма, която показва взаимното положение на Земята, слънчевите лъчи, зоната на сянката и орбитата на телескопа.



Очевидно,

$$2\alpha = 360^\circ \cdot \frac{l_1}{l} = 360^\circ \cdot \frac{24}{64.5} = 133^\circ.95$$

Следователно,

$$\alpha = 66^\circ.976$$

Тогава за радиуса на орбитата получаваме:

$$r = \frac{R}{\sin \alpha} = 6922,4 \text{ km}$$

От третия закона на Кеплер може да определим периода на обикаляне на спътника около Земята:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma \cdot M}{4\pi^2}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{\gamma \cdot M}} = 5717^s \approx 1^h.588 = 1^h 35^m 17^s$$

Това, че периодите са синодични, няма значение, защото всички граници между огряваната и неогряваната пространствена зона се въртят с постоянна ъглова скорост и отношенията между интервалите време се запазват, независимо от големината на ъгловата скорост. Ако разгледаме ситуацията в система, свързана с линията Земя-Слънце, то ще видим, че всички пространствени зони, ъгли и отношения са съвсем същите, както биха били в невъртяща се инерциална координатна система, в която всички периоди са сидерични.

Измерваме продължителността на пресичането на зоната на слънчевото затъмнение. Оказва се $\Delta l = 7\text{mm}$. За продължителността в минути получаваме:

$$\Delta t \approx \frac{\Delta l}{l} \cdot T \approx \frac{7}{64.5} \cdot 5717^s \approx 620^s \approx 10^m$$

Приближението тук е че използваме сидеричния период на спътника, но разликата със синодичния период е много малка и приближението е допустимо.

Причината за краткото време е, че космическият апарат се движи по орбитата си с много голяма скорост, около 7.6 km/s . Лунната сянка се движи с около 1 km/s . Виждаме, че преминаването през сянката е приблизително в средата на светлия интервал от време. Следователно космическият телескоп и Луната се движат почти успоредно и може да извадим двете скорости за да получим приблизителната относителна скорост.

$$v_{rel} \approx v_{tel} - v_L \approx 7.6 - 1.0 \approx 6.6\text{ km/s}$$

Голямата скорост, както и това, че най-вероятно телескопът не е преминал през оста на конуса на Лунната сянка, са допринесли за малката продължителност на това явление.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилен метод за определение на периода на кораба – 3 т.

За измервания и изчисления – 4 т.

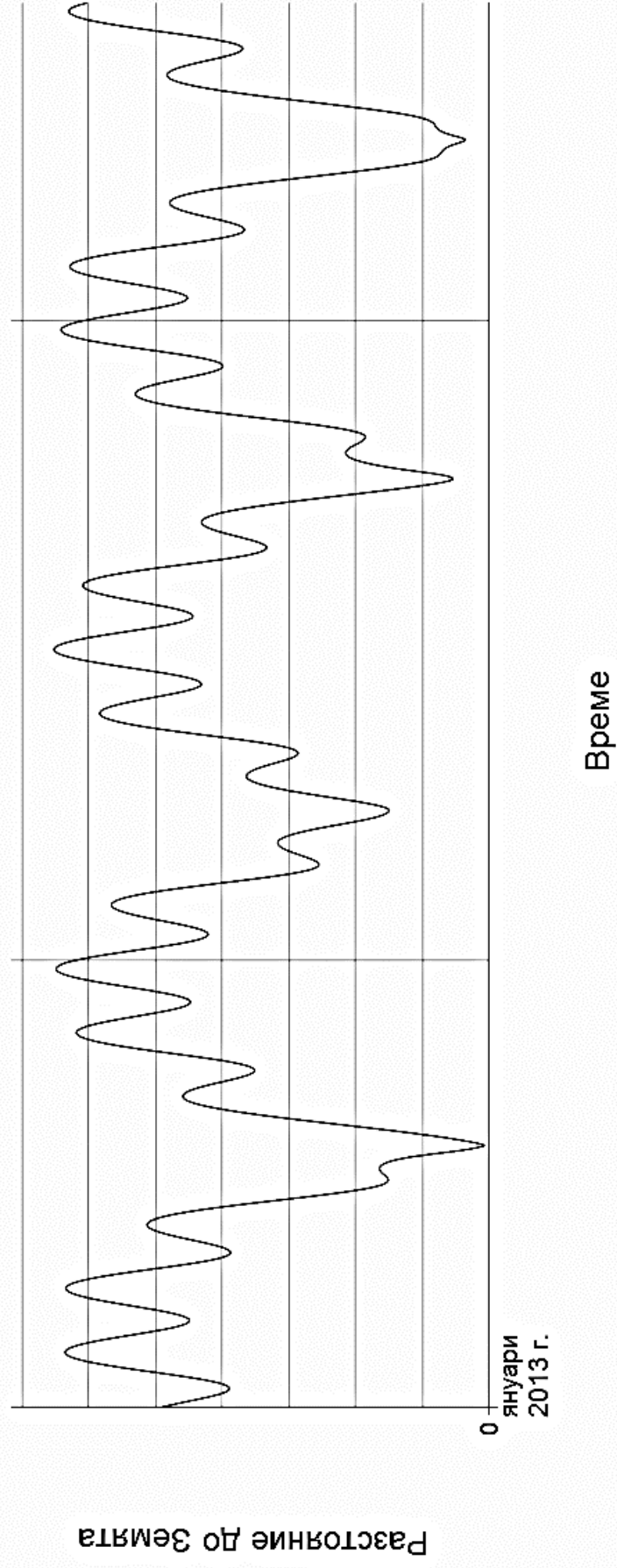
За верен краен резултат – 1 т.

За съображения дали трябва да се отчита движението на Земята около Слънцето – 3 т.

За разсъждения относно продължителността на затъмнението – 3 т.

За правилен извод – 1 т.

Разстояние на кометата Хонда-Мркос-Пайдушакова до Земята



Зареждане на слънчевата батерия на Fermi Gamma Ray Telescope

